

Übungsblatt 3

zur EPR Vorlesung WS18/19

Besprechung 06.11.18

1. Aufgabe

- a) Zeigen Sie für $S = 1/2$ mit Hilfe der Pauli-Spinmatrizen, dass für die Kommutator-Regel gilt:

$$[\hat{S}_x, \hat{S}_y] = i\hat{S}_z$$

- b) Zeigen Sie ebenfalls unter Zuhilfenahme der Pauli-Spinmatrizen, dass jede beliebige Spin-Zustandsfunktion eine Eigenfunktion zum Operator $\hat{S}^2 = \hat{S}_x^2 + \hat{S}_y^2 + \hat{S}_z^2$ ist und der entsprechende Eigenwert gleich $S(S + 1)$ ist.

2. Aufgabe

- a) Berechnen Sie die Hyperfein-Aufspaltung (Fermi-Kontakt-Wechselwirkung) für die (neutralen) Atome von ^1H , ^2H , sowie ^7Li im elektronischen Grundzustand mit Hilfe der folgenden Formeln:

$$\psi_{1s}(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi r_B^3}} \cdot \exp\left(-\frac{r}{r_B}\right)$$
$$\psi_{2s}(r) = \sqrt{\frac{1}{4\pi}} \cdot \left(\frac{Z_{\text{eff}}}{2r_B}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \left(2 - \frac{r}{r_B}\right) \cdot \exp\left(-\frac{r}{2r_B}\right)$$
$$a_{\text{iso}} = \frac{2\mu_0}{3\hbar} g_e \mu_B g_n \mu_n |\psi(0)|^2$$

Nehmen Sie dabei zunächst an, dass im Falle von ^7Li die beiden 1s-Elektronen die Kernladung ideal abschirmen, d. h. die effektive Kernladung $Z_{\text{eff}} = 1$ ist.

$$\gamma_n(^1\text{H}) = 267.513 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1} \text{ T}^{-1}$$

$$\gamma_n(^2\text{H}) = 41.065 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1} \text{ T}^{-1}$$

$$\gamma_n(^7\text{Li}) = 103.962 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1} \text{ T}^{-1}$$

- b) Für ^7Li wurde experimentell eine Hyperfein-Konstante von 93 MHz bestimmt. Diskutieren Sie die möglichen Gründe für die Abweichung zu obigem Ergebnis.
- c) Berechnen Sie die Hyperfein-Aufspaltung für ein Elektron in einem reinen p-Orbital.